**微专题5高考中的圆锥曲线问题**

id:2147491048;FounderCES

一、选择题(每小题5分,共20分)

1*.*已知双曲线*C*:*-=*1(*a>*0,*b>*0)过点(,),其实轴的两个端点与虚轴的一个端点组成一个等边三角形,则双曲线*C*的标准方程是()

A*.-y*2*=*1 B*.x*2*-=*1 C*.-=*1 D*.-=*1

2*.*设*F*1,*F*2是双曲线*-=*1(*a>*0,*b>*0)的左、右焦点,*P*为双曲线右支上一点,若∠*F*1*PF*2*=*90*°*,*c=*2,*=*3,则双曲线的两条渐近线的夹角为()

A. B. C. D.

3*.*已知椭圆*+=*1(*a>b>*0)的中心为*O*,一个焦点为*F*,若以*O*为圆心,*|OF|*为半径的圆与椭圆恒有公共点,则椭圆的离心率的取值范围是()

A.[,1) B*.*(0,] C.[,1) D*.*(0,]

4*.*已知*M*,*N*为双曲线*-y*2*=*1上关于坐标原点*O*对称的两点, *P*为双曲线上异于*M*,*N*的点,若直线*PM*的斜率的取值范围是[,2],则直线*PN*的斜率的取值范围是()

A.(,) B.[-,-] C.[,] D.[*-*,*-*]∪[,]

二、填空题(每小题5分,共10分)

5*.*已知离心率为的椭圆*C*:*+=*1(0*<b<*)与*y*轴的正半轴交于*A*点, *P*为椭圆上任意一点,则*|PA|*的最大值为*.*

6*.*在平面直角坐标系*xOy*中,抛物线*Γ*:*x*2*=my*(*m*≠0)的焦点为*F*,准线为*l*,*A*,*B*是*Γ*上两个不同的动点,且∠*AFB=θ*(*θ*为常数),2*=+*,过点*M*作*l*的垂线,垂足为*N*,若*||=λ||*,实数*λ*的最小值为,则tan *θ*的值为*.*

三、解答题(共48分)

7*.*(12分)如图5*-*1,已知椭圆*C*:*+=*1(*a>b>*0)的离心率为,且过点*P*(2,*-*1)*.*

(1)求椭圆*C*的标准方程;

(2)设点*Q*在椭圆*C*上,且*PQ*与*x*轴平行,过*P*点作两条直线分别交椭圆*C*于*A*(*x*1,*y*1),*B*(*x*2,*y*2)两点,若直线*PQ*平分∠*APB*,求证:直线*AB*的斜率是定值,并求出这个定值*.*

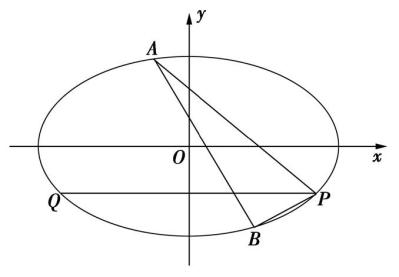


图5*-*1

8*.*(12分)已知椭圆*C*:*+=*1(*a>b>*0)的一个焦点为*F*1(*-*,0), 且过点*T*(,)*.*

(1)求椭圆*C*的方程;

(2)设*P*(0,*-*1),直线*l*与椭圆*C*交于*A*,*B*两点,且*|PA|=|PB|.*求△*OAB*(*O*为坐标原点)的面积*S*的取值范围*.*

9*.*(12分)如图5*-*2,*AB*为抛物线*x*2*=*2*py*(*p>*0)的弦,且以*AB*为直径的圆恒过原点*O*(*A*,*B*均不与*O*重合),△*AOB*面积的最小值为16*.*

(1)求抛物线的方程;

(2)设过点*A*,*B*的切线的交点为*M*,试问点*M*是否在某定直线上?若在,求出该直线的方程;若不在,请说明理由*.*

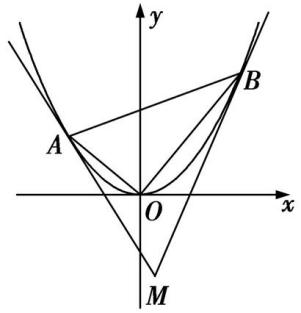


图5*-*2

10*.*(12分)已知圆(*x+*2)2*+y*2*=*36的圆心为*B*,*A*(2,0),*C*为圆上任意一点,线段*AC*的垂直平分线*l*与线段*CB*的交点为*P.*

(1)求点*P*的轨迹*Γ*的方程;

(2)已知*Q*为曲线*Γ*上一动点,*M*(3,0),过*O*(*O*为坐标原点)作线段*QM*的垂线交曲线*Γ*于*E*,*D*两点,求的取值范围*.*

**答案**

1*.*B由题意得*=*tan 60*°=*,又双曲线*C*过点(,),所以*-=*1,联立方程得解得所以双曲线*C*的标准方程是*x*2*-=*1,故选B*.*

2*.*D由题意知化简得(*|PF*1*|-|PF*2*|*)2*=*4,结合图形(图略),可得*|PF*1*|-|PF*2*|=*2*=*2*a*,所以*a=*1,*b==*,所以渐近线方程为*y=±x*,所以双曲线的两条渐近线的夹角为,故选D*.*

3*.*A由于以*O*为圆心,以*b*为半径的圆内切于椭圆,所以要使以*O*为圆心,以*c*为半径的圆与椭圆恒有公共点,需满足*c*≥*b*,则 *c*2≥*b*2*=a*2*-c*2,所以2*c*2≥*a*2,所以1*>e*≥,故选A.

4*.*C设*M*(*x*0,*y*0),*N*(*-x*0,*-y*0),*P*(*m*,*n*)(*m*≠*±x*0),则*kPM=*,*kPN=.*因为点*P*,*M*,*N*均在双曲线*-y*2*=*1上,所以*-n*2*=*1,*-=*1,两式相减得*-*(*n-y*0)(*n+y*0)*=*0,化简得·*=*,即*kPM*·*kPN=*,又≤*kPM*≤2,即≤≤2,解得≤*kPN*≤,故选C*.*

5*.*2由椭圆*C*的长半轴长*a=*,离心率*e===*,知*c=*1,所以*b==*1,所以椭圆*C*的方程为*+y*2*=*1,所以 *A*(0,1)*.*设*P*(*x*,*y*),由两点间的距离公式可得*|PA|===*, 因为*-*1≤*y*≤1,所以当*y=-*1时,*|PA|*取得最大值2*.*

6*.*因为2*=+*,所以*=*,所以*M*为线段*AB*的中点*.*设*|AF|=x*,*|BF|=y*,根据抛物线的定义,知*|MN|=*,因为*|AB|*2*=x*2*+y*2*-*2*xy*cos *θ*,且*||=λ||*,所以*λ*2*=*()2*===*4(1*-*)≥4(1*-*)*=*2*-*2cos *θ*,当且仅当*=*时取等号*.*因为*λ*的最小值为,所以2*-*2cos *θ=*()2,解得cos *θ=*,又0*<θ*≤π,所以*θ=*,所以 tan *θ=.*

7*.*(1)因为椭圆*C*的离心率为*=*,所以*=*,即*a*2*=*4*b*2,

所以椭圆*C*的方程可化为*x*2*+*4*y*2*=*4*b*2,

又椭圆*C*过点*P*(2,*-*1),所以4*+*4*=*4*b*2,解得*b*2*=*2,*a*2*=*8,

所以椭圆*C*的标准方程为*+=*1*.*(4分)

(2)由题意,知直线*PA*,*PB*的斜率均存在且不为0,设直线*PA*的方程为*y+*1*=k*(*x-*2)(*k*≠0),

联立方程,得

消去*y*得(1*+*4*k*2)*x*2*-*8(2*k*2*+k*)*x+*16*k*2*+*16*k-*4*=*0, (6分)

所以2*x*1*=*,即*x*1*=*,

因为直线*PQ*平分∠*APB*,且*PQ*与*x*轴平行,所以直线*PA*与直线*PB*的斜率互为相反数,

设直线*PB*的方程为*y+*1*=-k*(*x-*2)(*k*≠0),同理可得*x*2*=.*(9分)

又所以*y*1*-y*2*=k*(*x*1*+x*2)*-*4*k*,

即*y*1*-y*2*=k*(*x*1*+x*2)*-*4*k=k*·*-*4*k=-*,*x*1*-x*2*=.*

所以直线*AB*的斜率*kAB===-*,为定值*.*(12分)

8*.*(1)解法一依题意得解得(2分)

所以椭圆*C*的方程为*+=*1*.*(4分)

解法二依题意得*c=*,2*a=+*

*=*4,(2分)

所以*a=*2,于是*b*2*=a*2*-c*2*=*2,

所以椭圆*C*的方程为*+=*1*.*(4分)

(2)由题意知,直线*l*的斜率存在,设直线*l*的斜率为*k.*

*①*当*k=*0时,可设直线*l*的方程为*y=y*0(*-<y*0*<*,且*y*0≠0),*A*(*-x*0,*y*0),*B*(*x*0,*y*0),则*+=*1,

所以*S=|*2*x*0*|*·*|y*0*|=|x*0*|*·*|y*0*|=*2≤2·*=*2,当且仅当*=*2*-*,即*|y*0*|=*1时取等号,此时0*<S*≤2*.*(6分)

*②*当*k*≠0时,可设直线*l*的方程为*y=kx+m*,*A*(*x*1,*y*1),*B*(*x*2,*y*2)*.*

联立得消去*y*,整理得(1*+*4*k*2)*x*2*+*8*kmx+*4(*m*2*-*2)*=*0,(7分)

由*Δ=*(8*km*)2*-*4(1*+*4*k*2)·4(*m*2*-*2)*>*0,得8*k*2*+*2*>m*2(*\**),

则*x*1*+x*2*=-*,*x*1*x*2*=*,所以可得*AB*的中点*M*(*-*,)*.*(9分)

因为*|PA|=|PB|*,所以*PM*⊥*AB*,所以*kPM==-*,化简得1*+*4*k*2*=*3*m*,结合(*\**)可得0*<m<*6*.*

又点*O*到直线*l*的距离*d=*,*|AB|=|x*1*-x*2*|=*,

所以*S=|AB|*·*d=*··,(11分)

即*S==.*

所以,当*m=*3时,*S*取得最大值2,即0*<S*≤2*.*

综上,△*OAB*(*O*为坐标原点)的面积*S*的取值范围为(0,2]*.*(12分)

9*.*(1)不妨设点*A*在第二象限,点*B*在第一象限*.*

设直线*OA*:*y=kx*(*k<*0),

与抛物线方程联立,化简得*x*2*-*2*pkx=*0,解得*x=*0或*x=*2*pk*,则*A*(2*pk*,2*pk*2),

由于以*AB*为直径的圆恒过原点*O*,所以*OA*⊥*OB*,

所以直线*OB*的斜率为*-*,同理可得*B*(*-*,)*.*(2分)

所以*S*△*AOB=|OA||OB|==*2*p*2≥ 4*p*2,当且仅当*k=-*1时等号成立*.*

所以4*p*2*=*16,*p=*2,即抛物线的方程为*x*2*=*4*y.*(6分)

(2)由(1)知*y=*,则*y'=*,*kMA=*2*k*,*kMB=-.*

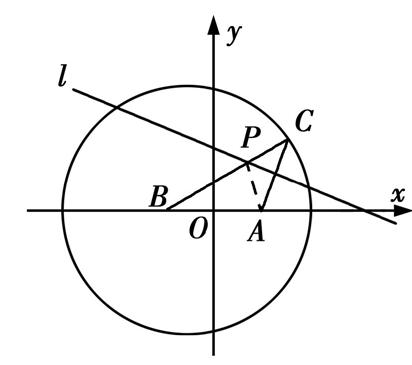
所以直线*MA*的方程为*y-*4*k*2*=*2*k*(*x-*4*k*),直线*MB*的方程为*y-=-*(*x+*),(9分)

联立两直线方程,得解得*x=*,*y=-*4,

由于*x=*∈R,所以点*M*在定直线*y=-*4(*x*∈R)上*.* (12分)

10*.*

1. 如图D 5*-*1,连接*PA*,



图D 5*-*1

由于*l*是线段*AC*的垂直平分线,

所以*|PC|=|PA|*,

所以*|PB|+|PA|=|PB|+|PC|=*6*>*4*=|AB|.*(2分)

所以点*P*的轨迹是以*B*,*A*为焦点,以6为长轴长的椭圆,设其方程为*+=*1(*a>b>*0),

则2*a=*6,2*c=*4,从而得*a=*3,*c=*2,*b*2*=a*2*-c*2*=*5,

故点*P*的轨迹*Γ*的方程为*+=*1*.*(4分)

(2)由题意知,直线*QM*的斜率存在*.*

当直线*QM*的斜率为0时,*|QM|=*6,*DE*为椭圆*Γ*的短轴,

则*|DE|=*2,所以*==.*(5分)

当直线*QM*的斜率不为0时,设直线*QM*的方程为*y=k*(*x-*3),*Q*(*x*0,*y*0),

故直线*DE*的方程为*y=-x*,

由得(5*+*9*k*2)*x*2*-*54*k*2*x+*81*k*2*-*45*=*0,

*Δ=*(*-*54*k*2)2*-*4(5*+*9*k*2)(81*k*2*-*45)*>*0,3*+x*0*=*,

即*x*0*=*,

所以*|QM|===.*(8分)

由得(5*k*2*+*9)*x*2*=*45*k*2,

所以*|DE|=*·*||=*6,

所以*==*·*.*(10分)

令*t=>*3,则*=*·*=*(9*t-*)(*t>*3),

设*g*(*t*)*=*9*t-*(*t>*3),则*g'*(*t*)*=*9*+>*0,所以*g*(*t*)在(3,*+∞*)上是增函数,于是*g*(*t*)*>*9*×*3*-=*,所以*>×=.*

综上,的取值范围是[,*+∞*)*.* （12分）